ВЕСЦІ АКАДЭМІІ НАВУК БЕЛАРУСКАЙ ССР № 1 1991
СЕРЫЯ ФІЗІКА-ЭНЕРГЕТЫЧНЫХ НАВУК

УЗАЕМАДЗЕЯННЕ ВЫПРАМЕНЬВАННЯ З РЭЧЫВАМ

УДК 548.0.539

В. Г. БАРЫШЕВСКИЙ, К. Г. БАТРАКОВ, И. Я. ДУБОВСКАЯ

ЛСЭ НА ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ (КВАЗИЧЕРЕНКОВСКОМ) ИЗЛУЧЕНИИ

В настоящее время генераторы когерентного излучения на свободных электронах успешно действуют в СВЧ и инфракрасном диапазонах [1—3]. Значительное число работ посвящено теории и эксперименту ЛСЭ в оптическом диапазоне (например, [4, 5]). Предпринимаются многочисленные попытки перенесения принципов, лежащих в основе генерации когерентного излучения на релятивистском пучке электронов, на рентгеновский диапазон спектра [6]. Основные трудности, возникающие при реализации генерации в рентгеновском диапазоне, заключаются в резком падении коэффициента усиления ЛСЭ при увеличениях частоты и потерь внутри активной среды вследствие сильного поглощения, а также в отсутствии рентгеновских зеркал с целью создания необходимой для генерации обратной связи. Одной из разновидностей ЛСЭ является черенковский генератор на свободных электронах [7].

На первый взгляд кажется, что поскольку в рентгеновском диапазоне спектра показатель преломления $n=1-\omega_л^2/2\omega^2$ меньше единицы, то черенковский механизм излучения не может лежать в основе работы когерентного рентгеновского источника. Однако, как было показано в [8], периодическая структура кристалла приводит вблизи условий дифракции к изменению собственных состояний фотона и, как следствие, к возможности параметрического рентгеновского квазичеренковского излучения [8]. Помимо того что кристаллическая мишень создает возможность квазичеренковского механизма излучения в рентгеновском диапазоне спектра, кристалл является трехмерным резонатором с распределенной обратной связью [9]. Это принципиально отличает рассматриваемую нами ситуацию от одномерного случая распределенной обратной связи [10], при которой прямая и обратная волны движутся в противоположных направлениях вдоль оси пучка. Трехмерный характер распределенной обратной связи изменяет саму функциональную зависимость инкремента неустойчивости [9] и порогов генерации. Дисперсионное уравнение и инкремент параметрической квазичеренковской неустойчивости релятивистского пучка были получены нами в [9].

Настоящая работа посвящена анализу условий генерации при различных режимах усиления холодного и горячего релятивистского пучков в широком диапазоне спектра работы источника когерентного излучения — от оптической области до рентгеновской.

Рассмотрим следующую постановку задачи. На плоскопараллельную кристаллическую пластинку падают под произвольным углом пучок релятивистских заряженных частиц с плотностью n_0 и скоростью $\mathbf{u}$, а также электромагнитная волна с единичной амплитудой напряженности поля на входной поверхности мишени. Кристалл с проходящим через него релятивистским пучком частиц рассматриваем как некоторую единую активную среду, с которой взаимодействует падающая электромагнитная волна. Ориентацию кристалла выбираем такой, что электромагнитная волна дифрагирует на системе кристаллографических плоскостей, характеризующихся вектором обратной решетки $\boldsymbol{\tau}$. Поле, взаимодействующее с системой периодическая среда + пучок, описывается в двухволновом случае в линейном по полю приближении системой уравнений

$$\begin{gathered}\left\{k^2c^2-\omega^2\varepsilon_0+\frac{\omega_u^2}{\gamma}\frac{(\mathbf{ue}_\sigma)^2}{c^2}\frac{k^2c^2-\omega^2}{(\omega-\mathbf{ku})^2}\right\}E_\sigma-\omega^2\varepsilon_\tau E_\sigma^\tau=0,\\ -\omega^2\varepsilon_{-\tau}E_\sigma+\left\{k_\tau^2c^2-\omega^2\varepsilon_0+\frac{\omega_u^2}{\gamma}\frac{\mathbf{ue}_\sigma}{c^2}\frac{k_\tau^2c^2-\omega^2}{(\omega-k_\tau^2\mathbf{u})^2}\right\}E_\sigma^\tau=0,\end{gathered}\tag{1}$$

где $\mathbf{k}$, ω — волновой вектор и частота электромагнитной волны; ε_0, ε_τ — компоненты разложения диэлектрической проницаемости в ряд Фурье; $\omega_л^2=4\pi n_0e^2/m_e$ — ленгмюровская частота. Для определенности рассмотрена линейно поляризованная волна $E_\sigma=\mathbf{E}\mathbf{e}_\sigma$; $\mathbf{e}_\sigma\parallel[\mathbf{k}\boldsymbol{\tau}]$. Общее решение для поля внутри кристалла ищется в виде

$$\mathbf{E}=\sum_{i=1}^{4}\mathbf{e}_{\sigma_i}\left\{c_i\,\mathrm{e}^{i\mathbf{k}_i\mathbf{r}}+s_ic_i\,\mathrm{e}^{i(\mathbf{k}_i+\boldsymbol{\tau})\mathbf{r}}\right\}.\tag{2}$$

Здесь $s_i=\omega^2\varepsilon_\tau(k_\tau^2c^2-\omega^2\varepsilon_0)^{-1}$, $\mathbf{k}_i$ — i-е решение дисперсионного уравнения системы (1)

$$(\omega-\mathbf{ku})^2D_\sigma(\mathbf{k},\ \omega)=-\frac{\omega_u^2}{\gamma}\frac{(\mathbf{ue}_\sigma)^2}{c^2}\frac{(k^2c^2-\omega^2)(k_\tau^2c^2-\omega^2\varepsilon_0)}{(\omega-\mathbf{ku})^2}\tag{3}$$

(c_i — коэффициенты, определяемые из сшивки решения на границах кристалла). При решении граничной задачи используем непрерывность полей, плотности частиц в пучке $n(\mathbf{r};\,t)=\sum\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i;(t))$ и плотности тока пучка $j=e\sum_i\mathbf{v}_i(t)\,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i(t))$ ($\mathbf{v}_i(t)$ — скорость частицы, $\mathbf{r}_i(t)$ — ее координата) на границе кристаллической мишени. Предполагая малое отличие показателя преломления кристалла от единицы, пренебрегаем отраженными от поверхности мишени волнами. Используя уравнение движения релятивистских частиц для возмущений плотности частиц и плотности тока, получаем следующие выражения в случае холодного пучка:

$$\begin{gathered}\delta_{j\sigma}=\frac{ie^2}{m\gamma\omega}\frac{(\mathbf{ue}_\sigma)^2}{c^2}\frac{k^2c^2-\omega^2}{(\omega-\mathbf{ku})^2}E_\sigma,\\ j_\sigma-en_0(\mathbf{ue}_\sigma)=-\frac{ie^2}{\gamma m}\frac{(\mathbf{ue}_\sigma)^2}{c^2(\omega-\mathbf{ku})}E_\sigma.\end{gathered}\tag{4}$$

В результате граничные условия для определения амплитуд поля в среде для случая дифракции по Брэггу записываются в виде системы уравнений относительно коэффициентов c_i:

$$\sum_{i=1}^{4}c_i=1\quad\sum_{i=1}^{4}f_ic_i=0\quad\sum_{i=1}^{4}g_ic_i=0\quad\sum_{i=1}^{4}s_ic_i\,\mathrm{e}^{ik_{iz}L}=0,\tag{5}$$

где $f_i=-\left[-\frac{(\mathbf{ue}_{\sigma_i})^2}{c^2(\omega-k_i\mathbf{u})}\right]$; $g_i=\left[\frac{k_i^2c^2-\omega^2}{(\omega-k_iu)^2}\frac{(\mathbf{ue}_{\sigma_i})^2}{c^2}\right]$; L — толщина кристалла. При записи (5) учтено, что до пластинки пучок не возмущен. Известно, что решение системы (5) можно записать в виде $c_i=\Delta_i/\Delta$, где Δ — определитель системы, Δ_i — i-й минор.

Подставляя решения системы (5) в (2), получаем для электромагнитного поля внутри конечной кристаллической пластинки следующее выражение:

$$\mathbf{E} = \sum_i \mathbf{e}_{\sigma_i} \mathrm{e}^{i\mathbf{k}_0\mathbf{r}} \frac{\Delta_i}{\Delta} \mathrm{e}^{i\mathrm{k}\frac{\delta_i}{\sqrt{\varepsilon_0}}z} \{1 + s_i \mathrm{e}^{i\tau\mathbf{r}}\}, \tag{6}$$

где использовано представление $\mathbf{k}_i = \mathbf{k}_0 + \frac{k}{\sqrt{\varepsilon_0}}\delta_i\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности кристалла; $\mathbf{k}_0$ выводится из условия черенковского синхронизма; $\omega - \mathbf{k}_0\mathbf{u} = 0$; ось z направлена по нормали внутрь кристалла. Анализ показывает, что при геометрии дифракции по Брэггу благодаря распределенной обратной связи в объемном кристалле возможно реализовать условия генерации в широком диапазоне спектра излучения. Границей перехода от режима усиления электромагнитного поля в кристалле с пучком к режиму генерации является порог генерации, к анализу которого в различных условиях мы и перейдем.

Известно, что порог генерации соответствует ненулевому решению для электромагнитного поля на выходной поверхности мишени при нулевой амплитуде падающего внешнего поля. Математически (согласно (6)) порогу генерации отвечает обращение в нуль определителя $\Delta = 0$, который в явном виде записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\frac{(\delta_1-\delta_2)(\delta_1-\delta_3)(\delta_2-\delta_3)}{\delta_1^2\,\delta_2^2\,\delta_3^2} s_4 \mathrm{e}^{ik\frac{\delta_4}{\sqrt{\varepsilon_0}}L} - \\
&- \frac{(\delta_1-\delta_2)(\delta_1-\delta_4)(\delta_2-\delta_4)}{\delta_1^2\,\delta_2^2\,\delta_4^2} s_3 \mathrm{e}^{ik\frac{\delta_3}{\sqrt{\varepsilon_0}}L} + \\
&+ \frac{(\delta_1-\delta_4)(\delta_1-\delta_3)(\delta_3-\delta_4)}{\delta_1^2\,\delta_3^2\,\delta_4^2} s_2 \mathrm{e}^{ik\frac{\delta_2}{\sqrt{\varepsilon_0}}L} - \\
&- \frac{(\delta_2-\delta_3)(\delta_2-\delta_4)(\delta_3-\delta_4)}{\delta_2^2\,\delta_3^2\,\delta_4^2} s_1 \mathrm{e}^{ik\frac{\delta_1}{\sqrt{\varepsilon_0}}L} = 0.
\end{aligned} \tag{7}$$

В зависимости от длины кристаллической мишени L и величины инкремента неустойчивости $\Gamma\,(\Gamma \equiv \mathrm{Im}\,\delta_1)$ могут реализовываться режимы сильного и слабого усилений, а в зависимости от параметров пучка — «холодный» или «горячий» режимы. Поскольку каждый из выделенных случаев имеет свои особенности, рассмотрим их отдельно.

1. Режим сильного усиления и «холодного» пучка. Сильное усиление имеет место при $k\Gamma L \gg 1$, условия на реализацию «холодного» режима можно записать следующим образом: $\Gamma(\theta\psi_\perp + \psi_\parallel)^{-1} \gg 1$, где $\psi_\perp$ и $\psi_\parallel$ — поперечный и продольный угловые разбросы скоростей частиц в пучке. Анализ решений дисперсионного уравнения (3) показывает, что в (7) существен учет только двух растущих экспонент. Подставляя явный вид двух растущих решений в (7) для порога генерации в рассматриваемом случае, получаем следующее соотношение:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} k \sqrt[3]{a}\, L = \ln\left\{-3\,\frac{\gamma_0}{\gamma_1}\,\frac{\sqrt{\alpha^2+4r} \pm \alpha}{\sqrt{\alpha^2+4r} \pm \alpha}\right\} - \frac{k\varepsilon_0'' L}{2\gamma_0\gamma_1} \times$$

$$\times \frac{(\gamma_0^2+\gamma_1^2)\sqrt{\alpha^2+4r} + (\gamma_0^2-\gamma_1^2)\,\alpha \pm 4\gamma_0\gamma_1\frac{r''}{\varepsilon_0''}}{(\gamma_0-\gamma_1)\,\alpha + (\gamma_0+\gamma_1)\sqrt{\alpha^2+4r}} = \tag{8}$$

$$\sqrt[3]{a} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{\left(\frac{\omega_{\text{л}}}{\omega}\right)^2}{\gamma_0\left(\frac{u\text{п}}{c}\right)^2\gamma} \frac{\left(\frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2+4r}}{2} + g_0 - \frac{1}{\gamma^2}\right)\left(r + g_0\frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2+4r}}{2}\right)}{(1-\beta)\,\alpha + (1+\beta)\sqrt{\alpha^2+4r}}},$$

где использованы обозначения $\alpha = \frac{2\,\mathbf{K}_0\tau + \tau^2}{K^2}$; γ_0, γ_1—направляющие косинусы прямой и дифрагированной волн относительно нормали к поверхности кристалла.

а) В рентгеновском диапазоне спектра $g_0' < 0$ и в выражении (8) выбирается только верхний знак, и для пучка электронов с энергией $E = 700$ МэВ и углом разброса $\Delta\psi < 10^{-6}$ рад в кристалле LiH при достижении порога генерации на частоте $\omega_{\text{Б}} \sim 3\cdot10^{18}\frac{1}{\text{с}^{-1}}$, для которой распределенная связь осуществляется дифракцией на плоскости (111), необходимы плотности пучка $j \sim 10^7$—10^8 А/см^2 при длине мишени $L \sim 10$ см.

б) Для оптического диапазона, где, например, можно сделать на мишени голографическую оптическую решетку с параметрами $n \sim 1{,}5 \div 1{,}6$ и $\Delta n \sim 10^{-1}$—10^{-2}, пороговые значения плотности тока пучка могут быть намного ниже и определяются длиной поглощения излучения в среде, которая может достигать нескольких метров. В этом случае для пучка $E = 700$ МэВ и $\Delta\psi \sim 10^{-5}$ рад порог может быть достигнут уже при $j \sim 1$ А/см^2 на частоте $\omega = 3\cdot10^{15}$ с$^{-1}$. Однако при таких токах для реализации режима сильного усиления необходимы мишени метровой толщины, что вследствие многократного рассеяния пучка нереально. При больших плотностях тока частиц имеет смысл говорить не о пороге, а о генерации излучения, которая соответствует возникновению абсолютной пучковой неустойчивости, т. е. комплексному значению частоты. В этом случае инкремент временной неустойчивости будет определяться уравнением

$$\varkappa = -\,\mathrm{Im}\left\{\frac{A+B}{2} + \sqrt{3}\,\frac{A-B}{2}\right\};\ \varkappa = \frac{\omega''}{\omega\sqrt[3]{a}},$$

$$A,\ B = \sqrt[3]{-y^3 - \frac{1}{2} \pm \sqrt{y^3 + \frac{1}{4}}}, \tag{9}$$

$$y = \frac{l l_\tau - r}{6\sqrt[3]{a}\,(\gamma_1 l + \gamma_0 l_\tau)} + \frac{i l_1 \tau_z c}{6\omega\,(\gamma_1 l + \gamma_0 l_\tau)}\,\varkappa;$$

$$l = \gamma^{-2} + \theta^2 - g_0;\ l_\tau = l + \alpha.$$

Решение (9) с учетом (8) приводит к оценке $\omega'' \sim \omega\sqrt[3]{a}$. В результате при рассмотренных выше параметрах пучка с длиной $L_{\text{в}} = 10$ см и плотности тока $j \sim 10^6$—10^7 А/см^2 рост интенсивности излучения — $\sim e^{2\omega\sqrt[3]{a}\frac{L_b}{c}} \sim e^{100}$. Очевидно, данная оценка справедлива в рамках используемого линейного приближения.

2. Режим слабого усиления и «холодного» пучка. При малой длине периодической мишени экспоненциальный режим усиления не успевает формироваться, что соответствует режиму слабого усиления. В этом случае решающую роль для реализации генерации приобретает возможность сильного брэгговского отражения вблизи точного выполнения условий дифракции, формирующей распределенную обратную связь. При этом условие на порог генерации принимает следующий вид:

$$k^3 \frac{\left(\frac{\omega_u}{\omega}\right)^2}{\gamma} \frac{\left(\sqrt{-\frac{r}{\beta}} + g_0 - \frac{1}{\gamma^2}\right)\left(\sqrt{-\frac{r}{\beta}} + g_0\right)\sqrt{-\beta}}{} L_*^3 \times$$

$$\times \sin x \frac{2\left(\frac{\pi n}{2} - x\right)\sin x + x(x - \pi n)\cos x}{x^3 (x - \pi n)^3} = \tag{10}$$

$$= \frac{16(-\beta)^{3/2}}{(k\sqrt{r}L_*)^2}\left(\frac{\gamma_0}{\frac{\mathbf{un}}{c}}\right)^3 + \frac{\sqrt{-\beta}(1-\beta) - \beta\frac{r''}{\varepsilon_0''}}{\beta^2\frac{\pi^2 n^2}{2}}\varepsilon_0'' L_*,$$

где $\beta = \gamma_1/\gamma_0$ — фактор асимметрии дифракции; $L_* = L/(\mathbf{un}/c)$ — расстояние, которое частицы проходят в среде; $x = k\delta_3 L/2$.

Выражение (10) имеет простой смысл: слева стоит член, связанный с наработкой излучения, а справа — с потерями на собственное поглощение в мишени и выход излучения через границы. Обратим внимание, что при наклонном падении пучка частиц на плоскопараллельную мишень, т. е. при уменьшении отношения $\gamma_0/(\mathbf{un}/c)$, слагаемое, связанное с потерей излучения вследствие границ, уменьшается. Численная оценка по (10) дает для длины от кристалла $L \sim 10^{-1}$ см при отражении от плоскости (111) LiH при частоте $\omega \sim 3\cdot 10^{18}$ с$^{-1}$ следующую пороговую величину для плотности тока: $j \sim 10^9$ А/см^2. Необходимо отметить, что требования, налагаемые на параметры пучка, чтобы его можно было рассматривать «холодным», существенно зависят от диапазона спектра, в котором реализуется генерация. Так, если в оптическом диапазоне условия на $\Delta\psi$ и $\Delta E/E$ достаточно мягкие, то для рентгеновского диапазона эти требования чрезвычайно жесткие. Анализ показывает, что для имеющихся в настоящее время пучков выполняется противоположный предельный случай «горячего» пучка, для которого выполняется неравенство

$$\frac{|\delta|}{(\theta\psi_\perp + \psi_\parallel)} \ll 1.$$

3. **Предел «горячего» пучка.** При выполнении последнего неравенства в синхронизме с волной находится только часть частиц в пучке. В этом случае плотность тока, входящая в уравнение Максвелла, должна быть усреднена по функции распределения частиц в пучке. Например, если использовать модельную функцию начального распределения частиц в пучке в виде $f_0 = \frac{\exp\left\{\frac{-v_\perp^2}{2\theta^2\psi_\perp^2}\right\}}{2\pi\psi_\perp^2}\delta(v-u)$, дисперсионное уравнение (3) приобретает следующий вид:

$$(k^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0 + i\omega^2 R)(k_\tau^2 c^2 - \omega^2\varepsilon_0) - \omega^4 r = 0, \tag{11}$$

где

$$R = -\frac{\sqrt{\pi}}{\gamma}\left(\frac{\omega_л}{\omega}\right)^2 \frac{\sin\theta + \frac{1}{\gamma^2}}{\psi_\perp^2} x\,e^{-x^2}; \quad x = \frac{\omega - \mathbf{ku}}{\sqrt{2}\,\omega\theta\psi_\perp}.$$

Уравнение (11) имеет два решения (решения, соответствующие зеркально отраженным волнам, отбрасываем). В результате уравнение на порог генерации, отвечающее (11), имеет вид

$$s_2 e^{ik_{2z}L} - s_i e^{ik_{1z}L} = 0. \tag{12}$$

Решение уравнения (12) в режиме слабого усиления дает условие на порог генерации:

$$s\frac{\sqrt{\pi}}{\gamma}\left(\frac{\omega_{\text{л}}}{\omega}\right)^2\frac{g_0\pm\sqrt{\frac{r'}{-\beta}}}{\psi_\perp^2}=\left(\frac{\gamma_0}{\frac{un}{c}}\right)^3\frac{\pi^2n^2 16}{(k\varepsilon_\tau L)^2 kL}+$$

$$+\left[1-\frac{1}{\sqrt{-\beta}}\right]^2\varepsilon_0'', \tag{13}$$

$$s\simeq 0{,}21\quad g_0=\varepsilon_0-1.$$

Согласно (13), порог генерации в рентгеновском диапазоне для параметров пучка и кристалла, указанных в п. 2, достигается только при плотности тока $j\sim 10^{10}$ А/см^2.

Вследствие многократного рассеяния в кристаллической мишени «горячим» может стать даже первоначально «холодный» пучок. Если учесть многократное рассеяние в эйкональном приближении, то условие (13) перепишется в следующем виде:

$$\sqrt{\pi}\,s\left(\frac{\omega_{\text{л}}}{\omega}\right)^2\left(g_0\pm\sqrt{\frac{r'}{-\beta}}-\frac{1}{\gamma^2}\right)\frac{\gamma}{E_s^2/m^2c^4}\times$$

$$\times\ln\left[1+\frac{E_s^2}{m^2c^4\gamma^2}\frac{L_*}{L_{\text{рад}}}\right]=16\left(\frac{\gamma_0}{\frac{un}{c}}\right)^3\frac{(-\beta)\,\pi^2n^2}{\left(\frac{\omega}{c}\,\varepsilon_\tau L_*\right)^2\frac{\omega}{c}}+ \tag{14}$$

$$+\left(1-\frac{1}{\sqrt{-\beta}}\right)^2\varepsilon_0''.$$

Из (14) следует, что оптимальные для достижения порога генерации условия реализуются для длины кристалла, когда многократное рассеяние уже становится существенным. Оценки дают: LiH, плоскость (111), $\gamma_{\text{опт}}\sim 20$ ГэВ, а $L_{*\text{опт}}\sim 10^{-2}$ см. При этом для достижения порога генерации необходимы плотности тока $j\sim 10^{11}$ А/см^2, что существенно превышает пороговые значения плотностей тока для «холодных» пучков. Анализ показывает, что в пределе «горячего» пучка режим сильного усиления реализовать чрезвычайно трудно.

4. Порог генерации в присутствии дополнительного внешнего отражателя. Периодическая твердотельная мишень для рентгеновского диапазона (кристалл) является открытым трехмерным резонатором, обеспечивающим эффективную распределенную обратную связь в рассматриваемой системе. Однако вследствие наличия границ у мишени часть излучения уходит через ее поверхность, что повышает требования на достижение порога генерации. Это обстоятельство особенно существенно в режиме слабого усиления (см. п. 2). Потери вследствие утечки излучения через границы мишени можно уменьшить, поместив рассматриваемую систему в резонатор типа Фабри—Перо: для оптического диапазона это обычные зеркала, для рентгеновского — кристаллические брэгговские зеркала с коэффициентом отражения α. Такой резонатор создаст дополнительную обратную связь, а также повысит избирательность возбуждаемых мод.

Решение граничной задачи с внешним отражателем обеспечивается учетом коэффициента отражения в граничных условиях для уравнений Максвелла. Дисперсионное уравнение (11) остается без изменений. Уравнение для определения порога генерации перепишется в виде

$$s_1\left(e^{ik_{1z}L}-\alpha\right)-s_2\left(e^{ik_{2z}L}-\alpha\right)=0. \tag{15}$$

Для условия генерации в режиме слабого усиления из (16) получаем следующее выражение:

$$s\frac{\sqrt{\pi}}{\gamma}\left(\frac{\omega_л}{\omega}\right)^2\frac{g_0\pm\sqrt{\frac{r''}{-\beta}-\frac{1}{\gamma^2}}}{\psi_\perp^2}=$$
$$=\left(\frac{\gamma_0}{\frac{uп}{c}}\right)^3\frac{16(-\beta)\pi^2n^2(1-|\alpha|)}{(k\varepsilon_\tau L^2)kL}+\left(1-\frac{1}{\sqrt{-\beta}}\right)^2\varepsilon_0''. \qquad (16)$$

Сравнение (16) и (10) показывает, что наличие внешнего резонатора типа Фабри—Перо приводит к уменьшению члена, соответствующего потерям излучения через границы мишени, и соответственно понижает требования на пороговые параметры системы. Можно также понизить пороговые требования на параметры системы, увеличивая эффективность распределенной обратной связи при помощи использования многоволновой дифракции в трехмерном резонаторе. При этом, как впервые показано в [11], изменяется функциональная зависимость инкремента неустойчивости. Можно показать, что многоволновая дифракция приводит к изменениям функциональной зависимости и порога генерации от параметров пучка и мишени. Например, в случае трехволновой динамической дифракции уравнение для определения порога генерации можно записать в следующем виде:

$$s_1^2 e_1(s_3^1-s_2^1)-s_1^2 e_2(s_3^1-s_1^1)+s_3^2 e_3(s_2^1-s_1^1)=0. \qquad (17$$

В (17) s_j^i — коэффициенты связи между прямой и дифрагированной волнами; $i=1, 2$ обозначает плоскость дифракции τ_i; $j=1, 2, 3$ — номер решения трехволнового дифракционного уравнения; $e_j=e^{ik_jz}$. Решая соответствующее дисперсионное уравнение в трехволновом случае и подставляя в (17), получаем функциональную зависимость для порога генерации в следующем виде:

$$\Gamma=\frac{a_3}{(k\varepsilon_\tau L)^4 kL}+b_3\varepsilon_0'', \qquad (18)$$

где a_3 и b_3 — некоторые константы, явный вид которых мы не выписываем. Сравнение (18) и (13) показывает, что степень зависимости от $(k\varepsilon_\tau L)^{-1}$ приводит к понижению условия на порог генерации при данном значении толщины мишени.

В заключение необходимо отметить, что так как лазеры на свободных электронах в обращенном режиме можно использовать для лазерного ускорения частиц, то многие особенности, рассмотренные выше для работы генератора когерентного излучения, относятся и к режиму ускорения, когда частица не отдает энергию, а забирает ее у волны, ускоряясь.

Если для реализации условий генерации необходима брэгговская геометрия дифракции в резонаторе, то для работы рассмотренной системы в обращенном режиме можно использовать распределенную обратную связь в геометрии дифракций Лауэ. Решая граничную задачу в случае двухволновой дифракции Лауэ, можно получить следующие выражения для волн, распространяющихся в системе периодическая среда + пучок.

Для прошедшей волны

$$E=\frac{1}{\Delta}\left[s_4(\delta_2-\delta_3)\delta_1^2\exp\left\{ik\frac{\delta_1}{\sqrt{\varepsilon_0}}L\right\}-s_4(\delta_1-\delta_3)\delta_2^2\times\right.$$
$$\times\exp\left\{ik\frac{\delta_2}{\sqrt{\varepsilon_0}}L\right\}+s_4(\delta_1-\delta_2)\delta_3^2\exp\left\{ik\frac{\delta_3}{\sqrt{\varepsilon_0}}L\right\}-(s_3\delta_3^2(\delta_1-\delta_2)-$$

$$- s_2\delta_2^2(\delta_1 - \delta_3) + s_1\delta_1^2(\delta_2 - \delta_3)\exp\left\{ik\frac{\delta_4}{\sqrt{\varepsilon_0}}L\right\}\Bigg] \quad (19)$$

и соответственно для дифрагированной

$$E_\tau = \frac{1}{\Delta}\left[s_1 s_4(\delta_2 - \delta_3)\delta_1^2 \exp\left\{ik\frac{\delta_1}{\sqrt{\varepsilon_0}}L\right\} - s_2 s_4(\delta_1 - \delta_3)\times\right.$$

$$\times\exp\left\{ik\frac{\delta_2}{\sqrt{\varepsilon_0}}L\right\} + s_3 s_4(\delta_1 - \delta_2)\delta_3^2\exp\left\{ik\frac{\delta_3}{\sqrt{\varepsilon_0}}L\right\} - s_4(s_3(\delta_1 - \delta_2)\delta_3^2 -$$

$$\left. - s_2\delta_2^2(\delta_1 - \delta_3) + s_1\delta_1^2(\delta_2 - \delta_3))\exp\left\{ik\frac{\delta_4}{\sqrt{\varepsilon_0}}L\right\}\right]. \quad (20)$$

В режиме слабого усиления соотношение для баланса энергии электромагнитного поля в среде запишется в виде

$$\frac{\gamma_0|E|^2 + \gamma_1|E_\tau|^2}{\gamma_0} = 1 + k^3 a L^3 \frac{\sin x}{x}\frac{\sin x - x\cos x}{x^2}, \quad (21)$$

где $x = (\omega - \mathbf{k}_1\mathbf{u})L/c$, $\mathbf{k}_1$ — дифракционный корень, находящийся в синхронизме с пучком. Из (21) видно, что в зависимости от фазы возможны как усиление, так и поглощение энергии распространяющегося через периодическую среду электромагнитного поля. Нетрудно видеть, что уменьшение энергии поля, а следовательно, ускорение частиц пучка происходят при $\omega - \mathbf{k}_1\mathbf{u} > 0$. Это соответствует волне, имеющей фазовую скорость больше скорости частиц. Можно показать, что в режиме сильного усиления также возможны две ситуации. В одном случае, когда фазовая скорость волны меньше скорости частиц, будет происходить в линейном приближении экспоненциальный рост энергии электромагнитной волны. В другом возникает колебательный режим, при котором обмен энергией между частицами и волной носит периодический характер относительно координаты z.

Оценка, согласно (21), показывает, что в линейном приближении релятивистский пучок частиц с плотностью тока $j \sim 10^7$ А/см² полностью отбирает энергию волны на расстоянии $L \sim 1$ мм.

Summary

Induced parameteric Cherenkov radiation is considered. The threshold generation conditions and accelerating regime are discussed.

Литература

1. Маршалл Т. Лазеры на свободных электронах. М., 1987.
2. Deacon D. A. G., Elias L. R., Madey J. M. J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 38. P. 892—895.
3. Dattoli G., Fiorentino E., Letardi T. et al. // IEEE Trans. Nucl. Sc. 1981. Vol. NS-28. P. 3133—3136.
4. Billardon M., Elleaume P., Ortega J. M. et al. // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 51. P. 1652—1655.
5. Deacon D. A. G., Robinson K. E., Madey J. M. J. et al. // Opt. Comm. 1982. Vol. 40. P. 373—375.
6. Walsh J. E., Marshall T. G., Schlesinger S. P. // Phys. Fluids. 1977. Vol. 20. P. 709—712.
7. Piestrup M. A., Finman R. L. // IEEE J. Quant. Electr. 1987. Vol. Qe-19. P. 357—364.